

امتحان السادس الثاني في مادة الميكانيكالتمرين الاول : 4 نقاط

يعطى شعاع الموضع لجسم كتلته 6 Kg ب :

$$\vec{r} = (3t^2 - 6t) \vec{i} + (-4t^3) \vec{j} + (3t + 2) \vec{k}$$

أوجد :

- 1 - القوة $\vec{F}$ المؤثرة على الجسم .
- 2 - عزم القوة $\vec{F}$ بالنسبة للمبدأ .
- 3 - كمية الحركة $\vec{P}$ للجسم و عزمه الحركي $\vec{L}_O$ بالنسبة للمبدأ .

$$4 - \text{تأكد أن } \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

التمرين الثاني: 9 نقاط

يتكون النواس البسط من جسم صغير M (نعتبره نقطة مادية) كتلته m كثافته جد عالية، معلق بطرف خيط طوله l مهمل الكتلة وغير قابل للامتطاط وقد ثبت الطرف الآخر للخيط بنقطة ثابتة O (أبعاد الجسم جد صغيرة أما طول الخيط).

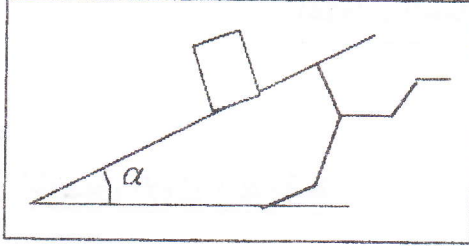
والمطلوب هو :

- 1- تحديد وضع توازن الجملة. مع التعليل
- 2- خزع النواس عن وضع توازنه ثم تحرره بدون سرعة ابتدائية، المطلوب إيجاد المعادلة التفاضلية للحركة بتطبيق المبدأ الأساسي للتحريك نظرية العزم الحركي.
بإستعمال الاحداثيات القطبية ومن أجل الساعات الصغيرة
إذا علمت ان شعاع التسارع يعطى بالعبارة التالية

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\vec{e}_\theta$$

التمرين الثالث: 7 نقاط

علبة معدنية (كتلتها $m=10kg$) في حالة سكون موضوعة على دفة خشبية (مبدئياً أفقية). نرسم على التوالي بـ: μ_s و μ_c لمعامل الاحتكاك السكوني والحركي بين معدن العلبة والدفة الخشبية. بواسطة رافعة، نرفع تدريجياً الدفة من أحد طرفيها، ونرمز بـ α للزاوية التي تصنعها الدفة مع الأفق.



(1) ما هي أكبر قيمة α_0 لـ: α التي من أجلها يمكننا رفع الدفة بدون حدوث انزلاق للعلبة المعدنية.

(2) ابتداءً من هذه الوضعية ذات التوازن الحرج، نرفع قليلاً طرف الدفة حتى تبدأ العلبة في الانزلاق. في هذه الحالة ما هو تسارع العلبة.

(3) نقوم الآن بإنزال تدريجي لطرف الدفة أي بخفض لزاوية الميلان α ، في هذه الحالة ما هي قيمة α_1 لـ: α التي من أجلها تصبح الحركة منتظمة.

انتهى بالتوفيق للجميع



❖ إرادة النجاح مهمة، لكن الأهم منها إرادة التحضير للنجاح.

❖ الإرادة الصادقة للإنسان. تشبه قوة خفية تسير خلف ظهره، وتدفعه دفعاً

الأمام على طريق النجاح.. وتتنامى مع الوقت حتى تمنعه من التوقف أو

التراجع.

اصحح النموذجية في حساب الميكانيك
مادة الميكانيك الكلاسيكية PEST

الاجابة

الاجابة

الجزء الاول 4/4

1- احس القوة المؤثرة الجسم

$$\vec{F} = m \vec{a} = m \ddot{\vec{r}} \Rightarrow \vec{F} = 6x \ddot{\vec{r}}$$

$$\ddot{\vec{r}} = 6\ddot{x} - 24\ddot{y} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = 36\ddot{x} - 144\ddot{y}}$$

2- احس القوة بالية

$$\mathcal{U}_{10}(\vec{F}) = \vec{r} \wedge \vec{F} \quad \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3t^2 - 6t & -4t^3 & 3t + 2 \\ 36 & -144t & 0 \end{vmatrix}$$

$$\mathcal{U}_{10}(\vec{F}) = (432t^2 + 288t)\vec{i} + (108t + 72)\vec{j} + (-288t^3 + 864t)\vec{k}$$

3- احس السرعة الجسم

$$\vec{P} = m \vec{v} = 36(t-1)\vec{i} - 72t^2\vec{j} + 18\vec{k}$$

4- احس الزخم الزاوي الجسم

$$\vec{L}_{10} = \vec{r} \wedge \vec{P} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3t^2 - 6t & -4t^3 & 3t + 2 \\ 36t - 36 & -72t^2 & 18 \end{vmatrix}$$

$$\vec{L}_{10} = (144t^3 + 144t^2)\vec{i} + (54t^2 + 72t - 72)\vec{j} + (-72t^4 + 288t^3)\vec{k}$$

0.12

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

4. تأكد من

0.12

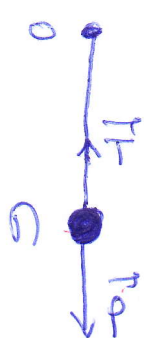
$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = 36\vec{i} - 144t\vec{j} = \vec{F}$$

0.12

0.12

0.12

0.12



الفرق بين التوازن والحرية 1- عند وضع توازن الحلات

$$\sum F_{ext} = 0$$

$$\vec{a} = 0$$

$$\vec{P} + \vec{T} = 0 \quad \vec{T} = -\vec{P}$$

هذا يعني أنه قوتنا الخطية معاكس مباشرة لقوة النقل ومنه فالخطية يأخذ الوضع استقرائي عند توازن

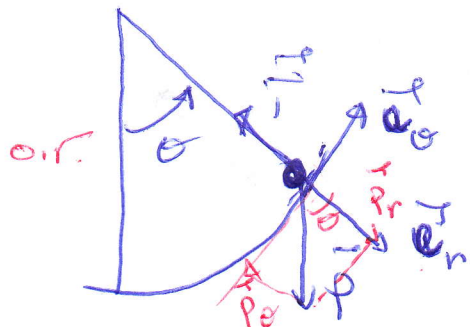
2- كتاب المعادلات استقرائية

2- بديهية الحيز الأساس لتحريرك

بالإحداثيات القطبية

$$\sum F_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$$



$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{e}_\theta$$

$$r = l = \text{const}, \quad \dot{r} = 0, \quad \ddot{r} = 0$$

فصبح عبارة

$$\vec{a} = -l\dot{\theta}^2\vec{e}_r + r\ddot{\theta}\vec{e}_\theta$$

بالإسقاط على محور

$$+Pr + T = m a_r$$

$$+mg \cos\theta - T = -l\dot{\theta}^2$$

بالإسقاط على محور

$$-mg \sin\theta = m l \ddot{\theta}$$

2

في أجل الزاوية ذات السجاجة الصغيرة نحده

$$\sin \theta = \theta$$

فتصبح
$$-mg\theta = m\ddot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = 0$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad , \quad \omega = \frac{g}{l}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

في إطار الجسيم المرجعي

$$\vec{L}_0 = \vec{r} \wedge \vec{p}$$

$$\begin{aligned} \vec{L}_0 &= l \vec{e}_r \wedge m \vec{v} \\ &= l \vec{e}_r \wedge m l \dot{\theta} \vec{e}_\theta \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} \vec{e}_r & \vec{e}_\theta & \vec{e}_z \\ l & 0 & 0 \\ 0 & ml\dot{\theta} & 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{L}_0 = m l^2 \dot{\theta} \vec{e}_z$$

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = m l^2 \ddot{\theta} \vec{e}_z \quad \text{--- (1)}$$

والذي يعطى
$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{\tau} \wedge \vec{r}$$

$$= \vec{M}_0(\vec{r}) = \vec{M}_0(\vec{r}) - \vec{M}_0(\vec{r})$$

لا بد يلتزم مع قانون استوار

$$\vec{M}_0(\vec{r}) = \vec{r} \wedge \vec{p}$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_0(\vec{r}) &= \vec{r} \wedge \vec{p} \\ &= l \vec{e}_r \wedge (mg \sin \theta) \vec{e}_\theta \end{aligned}$$

3

0.1 ✓

$$\vec{L}_0 = \begin{vmatrix} \vec{e}_r & \vec{e}_\theta & \vec{e}_z \\ l & 0 & 0 \\ 0 & -mgl \sin \theta & 0 \end{vmatrix} = -mgl \sin \theta \vec{e}_z$$

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = -mgl \sin \theta \vec{e}_z \quad (2)$$

$$(1) = (2) \quad \text{مساوي}$$

$$-l^2 \ddot{\theta} \vec{e}_z = -mgl \sin \theta \vec{e}_z$$

0.1 ✓

$$l \ddot{\theta} + g \sin \theta = 0$$

من أجل الزوايا ذات السعات الصغيرة
 $\sin \theta \approx 0$

0.1 ✓

$$l \ddot{\theta} + g \theta = 0$$

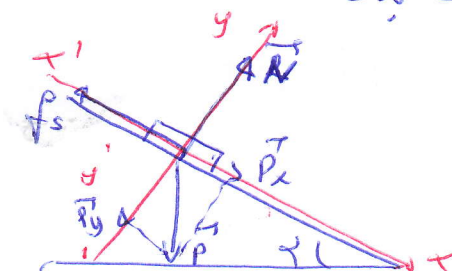
$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = 0$$

معادلة تفاضلية خطية من الدرجة الثانية

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

الجزء الثاني

(أ) قمتي



أكبر قيمة لـ θ الموافقة لكون الجسم قريباً من الانزلاق
 الأساسيات للتحريل هي:

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{N} + \vec{f}_s = \vec{0}$$

$$mg \sin \theta - f_s = 0$$

بالنسبة لـ x

$$f_s = mg \sin \theta : f_s = \mu$$

بالنسبة لـ y

$$-mg \cos \theta + N = 0$$

$$N = mg \cos \theta$$

0.1 ✓

$$f_s = \mu_s N$$

$$\mu_s = \frac{f_s}{N} = \frac{mg \sin \alpha_0}{mg \cos \alpha_0} = \tan \alpha_0$$

0.1 ✓

$$\boxed{\alpha_0 = \arctan \mu_s}$$

اگرچه این دو حالت را می توانیم به یکدیگر ربط دهیم (2)

$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{f}_c + \vec{N} = m \vec{a}$$

0.1 ✓

$$* \dots mg \sin \alpha - f_c = m a \quad \text{و یا به عبارتی}$$

$$-mg \cos \alpha + N = 0 \quad \text{و یا به عبارتی}$$

$$N = mg \cos \alpha$$

0.1 ✓

$$f_c = \mu_c N = \mu_c mg \cos \alpha$$

و یا به عبارتی

$$mg \sin \alpha - \mu_c mg \cos \alpha = m a$$

0.1 ✓

$$\boxed{a = g \sin \alpha - \mu_c g \cos \alpha} \quad \dots (**)$$

$$\text{از این دو رابطه می توانیم به دست آوریم} \quad (3)$$

$$a = 0$$

و یا به عبارتی

0.1 ✓

$$g \sin \alpha_1 - \mu_c g \cos \alpha_1 = 0$$

$$g \sin \alpha_1 = \mu_c g \cos \alpha_1$$

$$\mu_c = \frac{\sin \alpha_1}{\cos \alpha_1} = \tan \alpha_1$$

0.1 ✓

$$\boxed{\alpha_1 = \arctan \mu_c}$$